

# 令和6年度入学試験問題

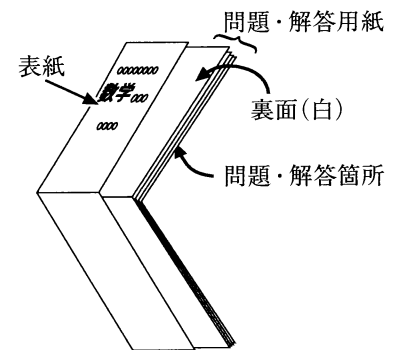
## 数 学 201

(前 期 日 程)

### (注意事項)

- 1 問題・解答用紙は、解答開始の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚である。  
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。  
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。  
裏面に解答したのも採点しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙を含め、配付した用紙はすべて回収する。

表紙も問題・解答用紙もすべて表面のみに印刷している。



受験番号	第	番
------	---	---

## 数 学 201 その 1

**第1問**  $a, b$  を 0 以上の実数とする。以下の  $X, Y$  に関する方程式を考える。

$$(*) \quad \log X + \log Y = a, \quad \log(X + Y) = b$$

- (1)  $X, Y$  が方程式 (\*) を満たすとき,  $X + Y$  および  $XY$  を  $a, b$  を用いて表せ。
- (2) 方程式 (\*) を満たす正の実数  $X, Y$  が存在するための  $a, b$  の条件を求めよ。
- (3) 方程式 (\*) を満たす 1 以上の実数  $X, Y$  が存在するための  $a, b$  の条件を求めよ。
- (4)  $a, b$  が (3) の条件を満たすとき,  $a + b$  の最小値を求めよ。

---

**[第1問の解答箇所]**

小計	点
----	---

受験番号	第	番
------	---	---

## 数 学 201 その 2

第2問 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  について考える。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2 - 3na_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $a_2, a_3$  を求めよ。また、 $n \geq 2$  のとき、 $a_n < 0$  を示せ。
- (2)  $b_n = \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n}$  とおく。 $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いて表せ。また、数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

---

[第2問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

## 数 学 201 その 3

**第3問** 座標平面上の原点  $O$  を中心とする単位円の円周上に 3 点  $A, B, C$  がこの順番で反時計回りに位置している。  
 $\angle AOB = \alpha, \angle BOC = \beta$  ( $\alpha > 0, \beta > 0$ ) とする。

- (1)  $\alpha = \frac{\pi}{4}, \beta = \frac{\pi}{6}$  のとき,  $|\overrightarrow{AC}|^2$  の値を求めよ。
- (2)  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}, \sqrt{2} \sin \alpha = \cos \alpha$  のとき, 内積  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC}$  の値を求めよ。
- (3)  $\alpha + \beta = \pi$  のとき,  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$  を満たす座標平面上の点  $P$  が 1 点のみとなる条件を  $\alpha$  を用いて表せ。

---

[第3問の解答箇所]

数 学 201 その 4

第4問 曲線  $y = \frac{x^2}{2} - 1$  を  $C$  とする。

- (1) 曲線  $C$  上の点  $(t, \frac{t^2}{2} - 1)$  ( $t \neq 0$ ) における法線の方程式を求めよ。
- (2) 点  $(-1, \frac{3}{2})$  を通る曲線  $C$  の異なる2つの法線を求めよ。
- (3) 曲線  $C$  の  $x \geq 0$  の部分と, (2) で求めた2つの法線で囲まれた図形の面積を求めよ。

---

[第4問の解答箇所]